幾何学的学習チーム　竹之内 高志
Geometric Learning Team
Takashi Takenouchi

目的:統計モデルの局所情報や情報幾何的性質を手がかりとして、モデル同定にまつわる困難を解消し、好ましい統計的性質を持つ推定の枠組みを構築する

問題:データがどの様な確率分布 $\bar{q}_\theta(x)$ から生成されているか?

難しい点: $\bar{q}_\theta(x)=\dfrac{q_\theta(x)}{Z_\theta}$ が確率であることを要請するための

正規化項 $Z_\theta=\sum_x q_\theta(x)\left(\text{ or }\int_x q_\theta(x)\mathrm{d}x\right)$ の計算が大変

(例: x∈{+1,-1}^{p}の時, Z_θの計算に2^p回の計算が必要)

提案法:拡張モデル+同次ダイバージェンス+経験分布による局所化

→正規化項Z_θの計算を回避+漸近有効性

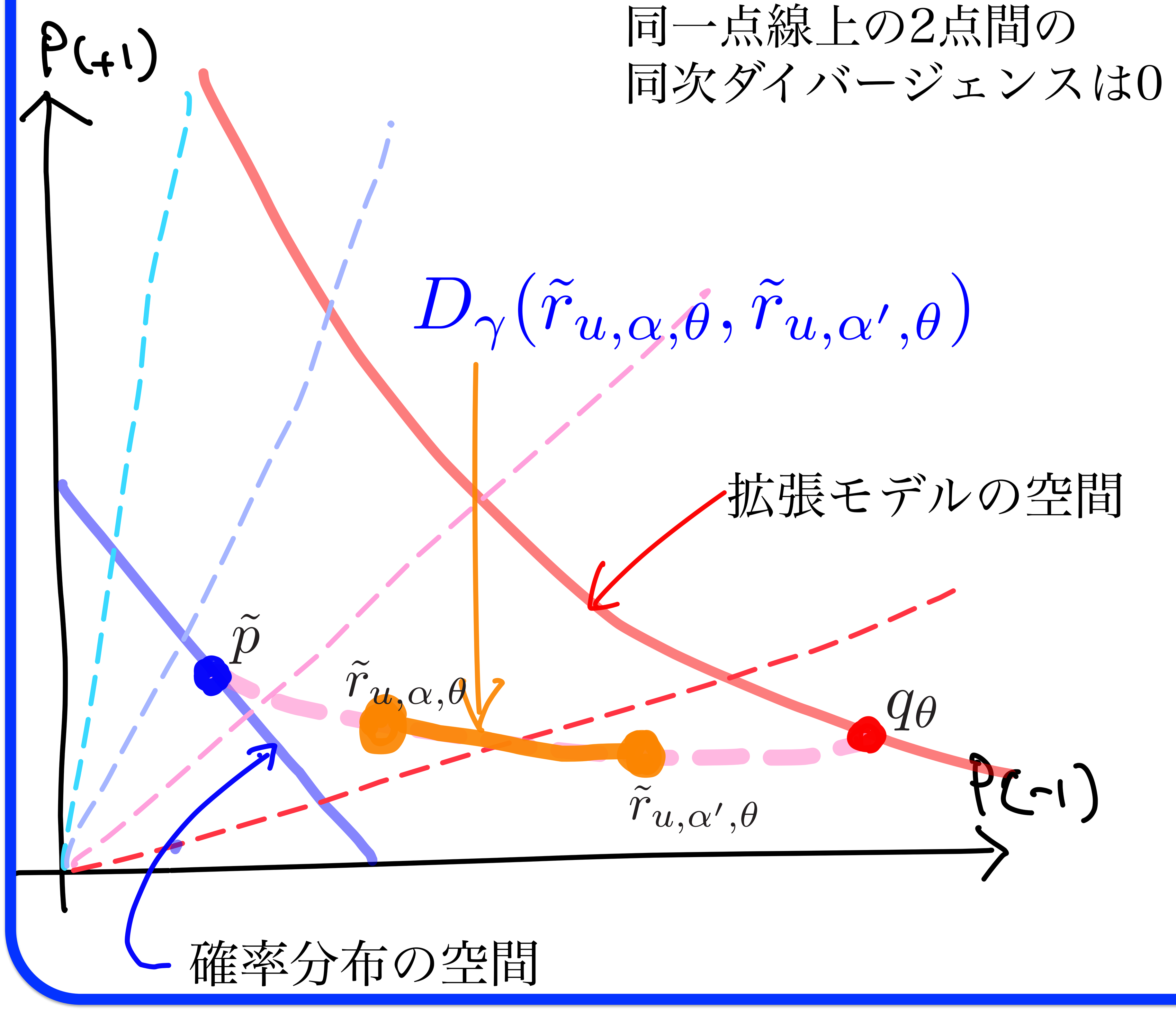
$$\text{For }\alpha,\alpha'(\alpha\neq\alpha'),\ \hat{\theta}=\mathrm{argmin}_\theta D_\gamma(\tilde{r}_{u,\alpha,\theta},\tilde{r}_{u,\alpha',\theta})$$

- 拡張モデル: $q_\theta(x)\left(\sum_x q_\theta(x)\neq 1\right)$
- 同次ダイバージェンス: $D_\gamma(f,g)=0\Leftrightarrow f\propto g$
- 経験分布による局所化:uを単調な変形関数, $\xi=u^{-1}$として

$$\tilde{r}_{u,\alpha,\theta}(x)=\tilde{p}(x)u\left(\alpha\xi(1)+(1-\alpha)\xi\left(\frac{q_\theta(x)}{\tilde{p}(x)}\right)\right)$$

2つの確率分布 $\tilde{r}_{u,1,\theta}(x)=\tilde{p}(x)$ と $\tilde{r}_{u,0,\theta}(x)=q_\theta(x)$ を変形uで接続

x∈{+1,-1}の時の概念図



推定量の性質

- 正規化項の計算が不要
  - 少ないコストで計算可能
- 漸近分布: 変形uによらず

$$\sqrt{n}(\hat{\theta}-\theta_0)\sim N(0,I(\theta_0)^{-1})$$

$I(\theta_0)$:フィッシャー情報量行列

クラメール・ラオの下限(誤差の下限)を達成!