幾何学的学習チーム Geometric Learning Team

竹之内 高志
Takashi Takenouchi

目的:統計モデルの局所情報や情報幾何的性質を手がかりとして、モデル同定にまつわる困難を解消し、好ましい統計的性質を持つ推定の枠組みを構築する

問題:データがどの様な確率分布 $\bar{q}_\theta(x)$ から生成されているか?

難しい点: $\bar{q}_\theta(x) = \dfrac{q_\theta(x)}{Z_\theta}$ が確率であることを要請するための

正規化項 $Z_\theta = \sum_x q_\theta(x) \left(\text{or} \int_x q_\theta(x)\mathrm{d}x \right)$ の計算が大変

(例: $x \in \{+1,-1\}^p$ の時, Z_θ の計算に 2^p 回の計算が必要)

データに性質の不明なノイズが含まれる場合, モデル同定が困難

提案法1:拡張モデル+変形ブレグマン擬距離+経験分布による局所化
→正規化項 Z_θ の計算を回避+ノイズに対する頑健性

$$\alpha, \alpha' (\alpha \neq \alpha'), \hat{\theta} = \mathrm{argmin}_\theta D_{U,f}(r_{\alpha,\theta}, r_{\alpha',\theta})$$

- 拡張モデル: $q_\theta(x)$ $(\sum_x q_\theta(x) \neq 1)$
- 変形ブレグマン擬距離:

$$D_{U,f}(p,q) = \sum_x \{U(f(q)) - U(f(p)) - U'(f(p))(f(q) - f(p))\}$$

- 経験分布による局所化: $r_{\alpha,\theta}(x) \propto p(x)^\alpha q_\theta(x)^{1-\alpha}$

モデル $r_{0,\theta}(x) = \bar{q}_\theta(x)$ と経験分布 $r_{1,\theta}(x) = p(x)$ を接続

推定量の性質

- 正規化項の計算が不要であり, 少ないコストで高速に計算可能
- 漸近分布: $U''(f(z))f'(z)^2 z = 1$ を満たす U, f を選べば クラメール・ラオの誤差下限を達成
- 頑健性: $U''(f(z))f'(z)^2 z = z(1-z)$ を満たす U, f を選べば 外れ値ノイズに対して頑健

提案法2:非負値行列因子分解(NMF)+誤差の統計モデル+γ-擬距離
→再下降性(ノイズに対する強力な頑健性)を持つ特徴抽出法を提案

提案法3:非線形独立成分分析(ICA) +γ-擬距離
→再下降性に近い頑健性を持つ特徴抽出法を提案