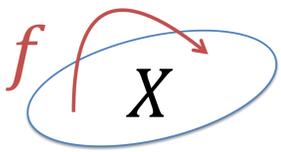


概要

- 非線形力学系から生成される時系列データの解析手法について数学的理論の構築と実データへの応用を目指す
- 非線形力学系を再生核Hilbert空間(RKHS)上定義された線形作用素(Perron-Frobenius作用素)として実現することにより関数解析的な手法による特徴量の抽出手法を提案
 - ✓力学系間の距離の構成
 - ✓Krylov部分空間法を用いた作用素の有限次元近似
- クラスタリングや異常検知において従来の手法より高いパフォーマンスを実現
- 力学系と対応する線形作用素の関係性を数学的に考察し、実応用で使用するべき関数空間の理論的な指針を提示

非線形力学系

- 多くの現象を記述できる
- 挙動は複雑で難しい



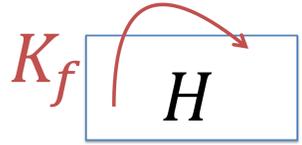
時系列データ

$$x_1, x_2, \dots, x_t, \dots \in X$$

$$x_{t+1} = f(x_t)$$

線形作用素

- 数学的に扱い易い



f, K_f, H の数学的考察

- 距離の構成
- 作用素の近似・予測

- クラスタリング
- 異常検知

Krylov部分空間法による作用素の近似

(NTTとの共同研究)

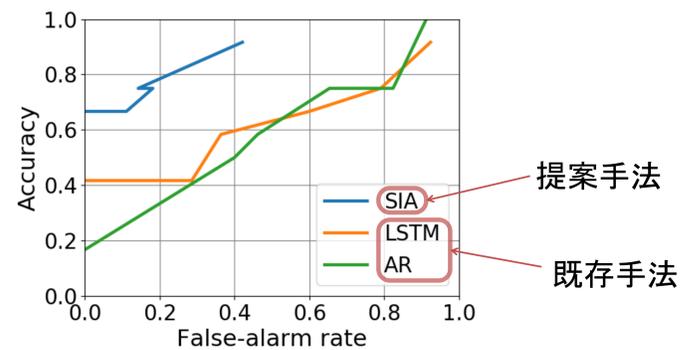
- 次のモデル

$$x_{t+1} = h(x_t) + \xi_t, \quad \xi_t \sim N(0, \sigma)$$

において再生核Hilbert空間におけるPerron-Frobenius作用素に対して(Shift-Invert)Krylov部分空間法とカーネルトリックと合わせることで、Perron-Frobenius作用素の有限次元近似を構成[arXiv:1909.03634]

- ✓サンプルから計算可能
- ✓実際の値と有限近似から得られる予測値を比較することで時系列データの「異常度」を定式化
- ✓異常検知において従来手法より、誤検知率においてより高い精度を達成

心電図データを用いた異常検知



力学系・線形作用素・関数空間の関係

- 今回考察した手法は線形作用素(Perron-Frobenius作用素)の数学的な性質が良い(有界性を持つ)ことが必要
- 線形作用素の性質はRKHSの選択に強く依存する
=カーネルの選択
- RKHS上のPerron-Frobenius作用素の性質とカーネルの関係性を数学的に考察することにより次の形の定理を証明した
[arXiv:1911.11992]

定理

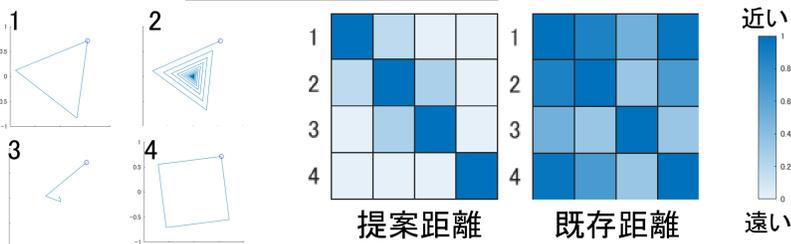
\mathbb{R}^d 上のカーネル $k(x, y)$ が $u(x - y)$ なる形であったとする。この時、 u がある種の「解析性」及び「対称性」を持ち、さらに、ある技術的仮定を満たす時、Perron-Frobenius作用素 K_f が有界であるための必要十分条件は力学系 f がアフィン写像であることである

- ✓応用上よく使われるガウスカーネルは u の仮定を満たすため非線形力学系の解析に不向きである
- ✓非線形力学系の解析にはより特異性の高いラプラスカーネルなどの用いる必要がある
- ✓この定理は作用素の性質だけから力学系を決定づけるという点で数学的にも興味深い結果である

力学系間の距離

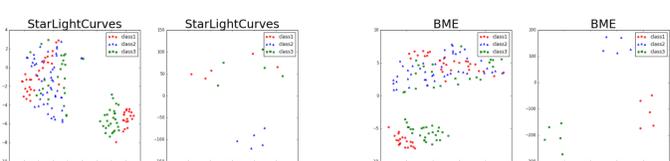
- 再生核Hilbert空間上のPerron-Frobenius作用素を用いることにより、非線形力学系間の距離を構成する理論を構築[NeurIPS2018, arXiv:1805.12324]
 - ✓既存手法を含んだより一般的な理論的枠組みを構成
 - ✓サンプルから距離が計算可能
 - ✓従来の手法より高いパフォーマンスを示す

人工データの分類性能の比較



- 力学系に確率的な効果も考慮したランダム力学系に対して、ベクトル値再生核Hilbert空間とその上のPerron-Frobenius作用素を用いることで、非線形ランダム力学系間の距離を構成する理論を構築[arXiv:1906.06957]
 - ✓サンプルから計算可能かつノイズを含むデータにも適用可

実データのクラスタリング(左右はランダム性の考慮の有無に対応)



今後の展望

- 大規模かつ複雑な力学系の情報を捉えられるより強力な数学的枠組みの構成
- 非線形力学系の解析に適する関数空間の探究
- 他の重要な不変量(スペクトルや固有値)の効果的な推定手法や一般化スペクトルといったより本質的な特徴量のデータ駆動的解析手法の開発