FY2023/2023年度
Mathematical Science Team
Kenichi Bannai
数理科学チーム　坂内 健一

RIKEN　AIP Center for Advanced Intelligence Project

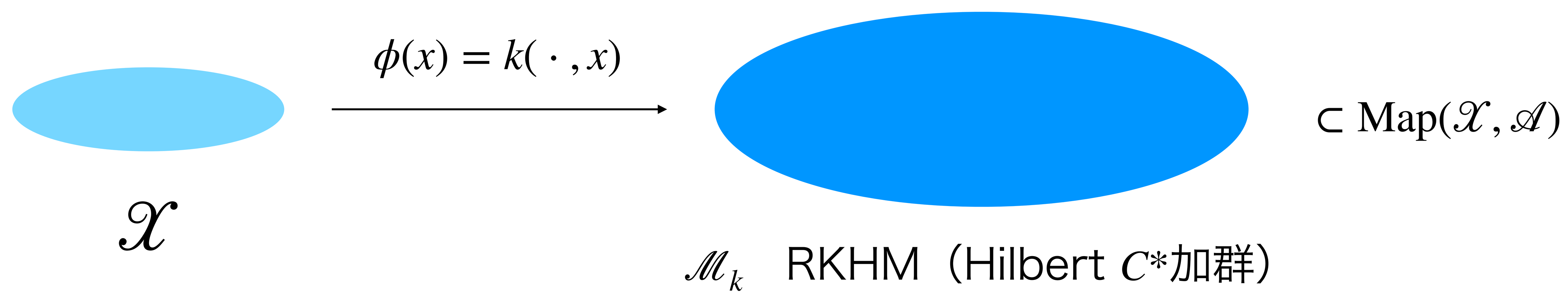
数理科学チームは、他チームと協力して、基盤となる数学的技術を構築しています

Reproducing Kernel Hilbert Modules (RKHM)

C^*環を用いて
RKHSの理論を拡張

$\mathscr{A}$：C^*環　$k: \mathscr{X} \times \mathscr{X} \to \mathscr{A}$: positive definite kernel

i.e. (i) $k(x,y) = k(y,x)^*$ and (ii) $\sum_{i,j=1}^{n} c_i^* k(x_i, x_j) c_j \geq 0$ for $x_1, \ldots, x_n \in \mathscr{X}, c_1, \ldots, c_n \in \mathbb{C}$



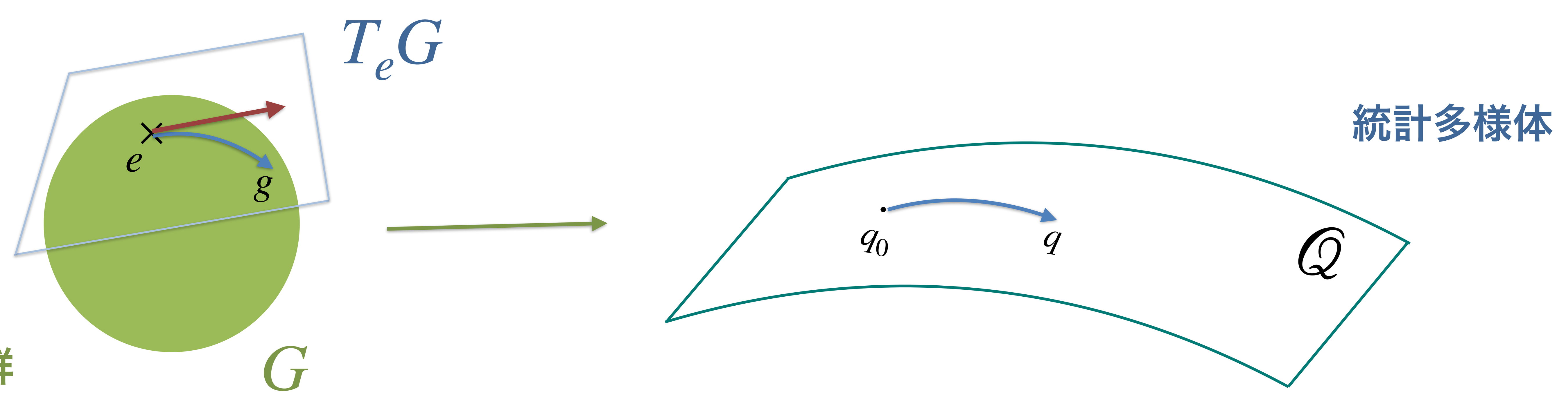
河原チームとの共同研究

- 通常の $\mathbb{C}$ を C^*環 $\mathscr{A}$ に自然に拡張
- より精度の高い特徴量を抽出．時系列データなどに適している
- Deep RKHMなどの概念を定義

2023年度

- Y. Hashimoto, M. Ikeda and K. Hachem, Learning in RKHM: a C*-algebraic twist for kernel machines, Proceedings of The 26th International Conference on Artificial Intelligence and Statistics (AISTATS), 2023
- Y. Hashimoto, M. Ikeda and K. Hachem, Deep Learning with Kernels through RKHM and the Perron-Frobenius Operator, NeurIPS 2023.

Lie group parametrization



Lie群とは, 群演算が定義される微分多様体

例：$G = (\mathbb{R}^P, +)$,　$(\mathbb{R}^P_{>0}, \times)$,　$(\mathbb{R}^\times \ltimes \mathbb{R})^P, \ldots$

統計多様体（分布の族）をLie群でパラメタライズすると
接空間方向の変分が, 統計多様体上に落ちる

Khanチームとの共同研究

- Khan-Rueが提唱した Bayes学習の Bayesian Update Ruleを, 統計多様体上の最小勾配法の線形近似として解釈
- 色々なLie群に対応する新しいアルゴリズムを提唱
- 現在、一般の分布族 (Tojo-Yoshino Family) に拡張中

Bayes学習　損失関数 $\ell_i(\theta)$ の期待値 − エントロピー $H(q)$ が最小となる分布 q を見つける

$$q^* = \arg\min_{q \in \mathcal{Q}} \left(\mathbb{E}_q \left[\sum_{i=1}^{N} \ell_i(\theta) + R(\theta) \right] - H(q) \right)$$

$$H(q) := \int_\Theta q \log q = -\mathbb{E}_q[\log q]$$

2023年度

- E. Kiral, T. Möllenhoff and E. Khan, The Lie-Group Bayesian Learning Rule, Proceedings of The 26th International Conference on Artificial Intelligence and Statistics (AISTATS), 2023