

【2025年度・構成メンバー】

上級研究員：関坂（山本）宏子・田中章詞

SPDR：栗崎正博

特別研究員：E. Mehmet Kiral, Matthieu Cordonnier, 富田拓希

JRA：和知秀忠

客員研究員：東條広一・佐々田槇子・山本修司・池田正弘・高津飛鳥・石川勲・他

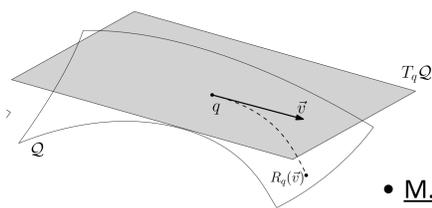
Lie Group Bayesian Learning Rule

概要：統計多様体に、Lie群の作用を用いた新しいパラメーターを入れる方法を考案し、ベイズ学習の勾配法が機能する枠組みを発展
ベイズ学習では、統計多様体上の勾配法である「Bayes Learning Rule*」を用いて、損失関数の「最小値」ではなく、エントロピーが大きい「最小分布」を見出す *Khan&Havard, The Bayesian Learning Rule, JMLR 24, 2023

勾配法を用いるとき、接ベクトルは、統計多様体上に乗らないので、従来方法では overshooting などの問題が生じていた

Lie群と呼ばれる微分幾何構造を持つ群Gを、従来のパラメーター空間Θに作用させると、Lie群の接ベクトルを自然と統計多様体上に乗せることができる

例： Lie群ごとに異なるLearning Ruleが定義
加法群 $G = (\mathbb{R}^P, +)$ 乗法群 $G = (\mathbb{R}_{>0}^P, \times)$
アフィン群 $G = (\mathbb{R}^X \ltimes \mathbb{R})^P$



- M. E. Kiral, T. Möllenhoff, M. Khan, AISTATS 2023
- M. E. Kiral, K. Tojo, T. Möllenhoff, M. Khan and K. Bannai, in preparation

$$\pi: G \times \Theta \rightarrow \Theta$$

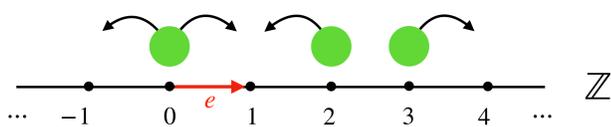
- Remarameterizationの理論背景の説明
- 様々なLie群の場合に拡張を模索
- 乗法群の場合、Low Precisionの場合に応用（近似ベイズ推論チームの西田, T. Möllenhoff, Khan との共同研究）
- 圏論的な言語を整備

理研AIP近似ベイズ推論チームと共同研究

Microscopic Models of Large Scale interacting Systems

概要：統計物理の数学的基礎付を与える流体力学極限において、非常に一般的なマイクロモデルを定義し、幾何学的な情報から保存量など不変量を導出する方法を提案。

流体力学極限



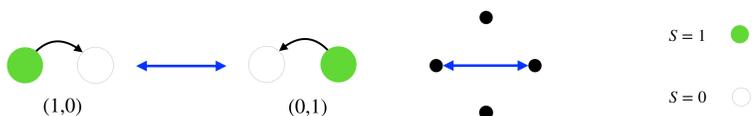
スケール極限

$$\frac{d}{dt}\rho(x, t) = \frac{d^2}{dx^2}\rho(x, t)$$

最も簡単なマイクロモデルは、1次元ユークリッド格子Z上の Exclusion Process。粒子は、隣接する頂点が空いていたら確率的に遷移する

適切なスケール極限で、拡散方程式を導出

粒子の動きを「相互作用」と呼ばれるグラフで表現



$$S = \{0,1\}$$

$$(S \times S, \phi) \quad \phi \subset S \times S$$

S：有限集合

$S \times S$ を頂点集合とする
一般のグラフに拡張

任意の有限集合と、任意の「良い」相互作用を扱う汎用的なマイクロモデルを提案

- グラフをZから、結晶格子に拡張
- 相互作用を、有限集合Sに対する一般のグラフに拡張
- 流体力学極限に必要な、Irreducibly Quantified性の判定の計算可能性
- 大規模相互作用系に対して、調和解析の理論を展開
- 一般の相互作用に対する、拡散行列の理論的決定
- より一般の連続的な状態空間をもつモデルへも拡張

- (1) K. Bannai, Y. Kametani, M. Sasada, Topological Structures of Large Scale Interacting Systems via Uniform Functions and Forms, Forum of Mathematics, Sigma, Volume 12 (2024), e107; DOI: 10.1017/fms.2024.61.
- (2) K. Kanegae, H. Wachi, The Analogue of Aldous' spectral gap conjecture for the generalized exclusion process, Communications in Algebra (2025), DOI: 10.1080/00927872.2025.2550819.
- (3) K. Bannai, J. Koriki, M. Sasada, H. Wachi, S. Yamamoto, On Interactions for Large Scale Interacting Systems, Volume 193, no. 4, (2026), DOI: 10.1007/s10955-025-03550-6.
- (4) H. Wachi, Decision problem on interactions, to appear form International Journal of Algebra and Computation, DOI: 10.1142/S0218196726500098.
- (5) K. Bannai, M. Sasada, On Uniform Functions on Configuration Spaces of Large Scale Interacting Systems, arXiv:2408.12886 [math.PR], submitted.

その他

- [1] A. Sekisaka and H. Sekisaka-Yamamoto, "A generalized reaction-diffusion approximation of nonlocal evolution equations", Journal of Elliptic and Parabolic Equations (2026), DOI: 10.1007/s41808-025-00429-1.
- [2] A. Sannai, Y. Hikima, K. Kobayashi, A. Tanaka, N. Hamada. "Bézier Flow: a Surface-wise Gradient Descent Method for Multi-objective Optimization", Transactions on Machine Learning Research, 2025.
- [3] Y. Hikima, K. Kobayashi, A. Tanaka, A. Sannai, N. Hamada, "Stochastic Gradient Descent for Bézier Simplex Representation of Pareto Set in Multi-Objective Optimization". AISTATS, 2025.